

Il est question de résoudre un système de n équations linéaires à p inconnues

$$Y_i \approx \sum_{j=1}^p X_j * C_{i,j}, \quad \forall i \in 1..n$$

En fait on recherche une solution 'approximative' qui va donner une petite erreur E_i pour chaque équation et qui s'écrit :

$$Y_i = \sum_{j=1}^p X_j * C_{i,j} + E_i, \quad i = 1..n$$

On cherche à minimiser l'erreur R qui s'exprime par

$$R = \sum_i E_i^2$$

Pour cela on veut $\frac{\partial R}{\partial X_k} = 0 \quad \forall k \in [1..p]$

Ceci s'exprime par

$$\frac{\partial R}{\partial X_k} = \partial / \partial X_k \sum_{i=1}^n E_i^2 = \partial / \partial X_k \sum_{i=1}^n (Y_i - \sum_{u=1}^p X_u * C_{i,u})^2 = 2 * \sum_{i=1}^n C_{i,k} * (Y_i - \sum_{u=1}^p X_u * C_{i,u}) \quad \square$$

Ce qui conduit à un système linéaire de p équations à p inconnues :

$$\sum_i Y_i * C_{i,k} = \sum_{u=1}^p X_u * \sum_i C_{i,k} * C_{i,u}$$

$$A_{m,n} = \sum_i C_{i,m} * C_{i,n}$$

$$B_n = \sum_i Y_i * C_{i,k}$$

$$A_{m,n} * X = B$$