Exercices sur les Tableaux

1 Dosage des ions Calcium et Magnesium dans de l'eau (version 2)

**

Des mesures par dosage de la concentration en ions Calcium et Magnesium sont réalisées. A partir d'une série de mesures, vous allez calculer des grandeurs caractéristiques de cette série.

Afin de générer artificiellement cette série de mesures, vous téléchargerez depuis moodle le fichier `genereConcentration.py`. Vous écrirez en début de votre programme les lignes suivantes qui appellent la fonction `genereC` du module `genereConcentration` pour créer une **liste** appelée `C` de `N` concentrations mesurées.

```python
import genereConcentration as gc

N = 150
C = gc.genereC(N)
print(C)
```

Dans cet exercice, vous ne devez pas utiliser de boucles.

1. Convertir la liste `C` en un tableau.
2. Calculer la moyenne de la concentration : $\bar{c}$.
3. Trouver le minimum et le maximum de la concentration
4. Calculer l'écart-type de la série de mesure sans faire de boucles. On donne la formule permettant le calcul de l'écart-type

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}(c_i - \bar{c})^2}$$

   où N est le nombre de valeurs de la série générée par `genereC`. Les c_i correspondent aux éléments de la matrice des concentrations `C` générée par le code ci-dessus.

5. Calculez la médiane de la série de données grâce à `med = median(C)` et vérifiez que la valeur de `med` correspond bien à la définition de la médiane, c'est-à-dire qu'il y a 50% de valeurs dans la série inférieures à `med` et 50% de valeurs dans la série supérieures à `med`.

2 Vitesse des molécules dans un gaz parfait

**

La théorie cinétique des gaz permet de connaître pour une température T donnée (en Kelvin) la quantité d'atomes (ou de molécules pour un gaz moléculaire) dont la vitesse v est comprise entre v et $v + dv$ où dv représente un élément de taille très petite de la vitesse comparé à la valeur de v (on parle de variation infinitésimale). En langage plus familier, cela permet de connaître la fraction d'atomes ayant une certaine vitesse. Nous appellerons cette quantité $\rho(v, T)$. Cette loi de variation s'appelle la loi de Maxwell-Boltzmann.

La fonction **ddp** du module **distribVT** permet de calculer la valeur de cette loi pour une vitesse v et une température T données. Pour pourvoir l'utiliser, il faut que le fichier **distribVT.py** soit présent dans votre répertoire de travail. Dans ce module, le gaz considéré est l'Argon. L'exemple ci-dessous montre comment utiliser ce module pour calculer la valeur de la loi de Maxwell-Boltzmann pour une température $T = 273\,\mathrm{K}$ et une vitesse de $500\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, c'est à dire $\rho(500, 273)$.

```python
import distribVT as vt

T=273
print(vt.ddp(500,T))
```

1. Faire le nécessaire pour qu'un utilisateur puisse saisir la température de travail en faisant en sorte que l'utilisateur ne puisse pas saisir une température inférieure à la température de liquéfaction de l'argon qui est de $-185.85\,°\mathrm{C}$ à la pression atmosphérique. Cette valeur sera placée dans une variable `T`. Vous choisirez dans un premier temps une valeur $25\,°\mathrm{C}$.

2. Faire le nécessaire pour qu'un utilisateur puisse saisir la vitesse maximale du domaine des vitesses, $v_{\max}$. Cette valeur sera placée dans une variable **vMax**. Vous choisirez dans un premier temps une valeur de $1500\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

3. Créer un tableau vitesse **v** comprenant $n = 2000$ valeurs entre $0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ et $v_{\max}$. Calculer dans une variable **pas**, l'écart de vitesse entre 2 vitesses successives dans le tableau **v**.

4. Créer un tableau **val** contenant les valeurs de la loi de Maxwell-Boltzmann pour chacune des vitesses du tableau v.

5. Donner la vitesse la plus probable, c'est à dire, celle qui correspond au maximum du tableau **val**. Il ne s'agit pas d'en faire un calcul théorique (une formule existe) mais de trouver sa valeur dans le tableau vitesse **v**.

6. Calculer la vitesse moyenne $\bar{v}$. Pour cela, vous utiliserez la méthode des trapèzes et la formule suivante :
$$\bar{v} = \int_0^{+\infty} v\rho(v, T)dv$$
.

   Appliquée à la méthodes des trapèzes, on a dans le cas qui nous intéresse :
$$\bar{v} = pas\left(\frac{(v_0\rho(v_0, T) + v_{n-1}\rho(v_{n-1}, T))}{2}) + \sum_{i=1}^{n-2} v_i\rho(v_i, T)\right)$$

   Vous remarquerez que la vitesse la vitesse moyenne n'est pas la plus probable !.

   AMÉLIORATIONS FACULTATIVES (demander à l'enseignant si vous avez le temps de la traiter en séance ou s'il vaut mieux passer à l'exercice suivant) : Si vous avez réussi les questions précédentes, C'est que le sujet a été écrit pour vous faciliter la tâche. On vous a fixé les données suivantes : la température et la vitesse maximale $v_{\max}$. Mais si vous choisissez une température plus élevée qui vous garantit qu'un nombre important d'atomes ne vont pas dépasser les $1500\,\mathrm{m\,s^{-1}}$? Il faut donc vérifier avant les calculs de la vitesse la plus probable et de $\bar{v}$ que l'ensemble des vitesses choisies est suffisant. S'il n'est pas suffisant il faudra alors demander à l'utilisateur de choisir une valeur $v_{\max}$

supérieure à celle choisie précédemment. Mais comment savoir si $v_{\max}$ est suffisamment grande ? Pour cela, il faut s'assurer que l'intégrale $I = \int_0^{v_{\max}} \rho(v, T)dv$ est proche de 1. Par exemple, on peut considérer que si $1 - I < 10^{-3}$, la plage de vitesses est suffisante. Sinon, cela signifie que la valeur saisie pour $v_{\max}$ est trop faible et qu'il faut demander une valeur plus importante et ainsi de suite jusqu'à ce que I vérifie $1 - I < 10^{-3}$. Les questions suivantes portent sur l'implémentation de ce processus.

7. Calculer I par la méthode des trapèzes :

$$I = pas \left(\frac{(\rho(v_0, T) + \rho(v_{n-1}, T))}{2}) + \sum_{i=1}^{n-2} \rho(v_i, T) \right)$$

8. Faire en sorte que l'utilisateur saisisse à nouveau une valeur de $v_{\max}$ tant que la relation $1 - I < 10^{-3}$ n'est pas respectée avant de calculer la vitesse la plus probable et $\bar{v}$.

   Vous pouvez maintenant faire les calculs pour toutes les températures que vous voulez :)

3 écrêtage et lissage de courbes

***

Des mesures donnent l'évolution d'une concentration en fonction du temps.

Afin de générer artificiellement cette série de mesures, vous téléchargerez depuis moodle le fichier `genereConcentration.py`. Vous écrirez en début de votre programme les lignes suivantes qui appellent la fonction `decC` du module `genereConcentration` pour créer une **liste** appelée `C`.

```
import genereConcentration as gc
from pylab import *

C = gc.decC()
plot(C)
```

1. Convertir la liste `C` en un tableau.

2. Certaines mesures de concentration sont négatives suite à des erreurs de mesure. Sans faire de boucles, remplacer par la valeur 0 les valeurs négatives dans le tableau C.

3. Les données présentent beaucoup de variations d'une mesure à l'autre. Vous allez lisser ces valeurs en utilisant la méthode de la moyenne mobile. Cette méthode consiste à calculer la ième valeur du tableau des valeurs lissées, que nous appellerons L, comme étant la moyenne centrées autour de C_i des k valeurs qui le précèdent, des k valeurs qui le suivent et de lui-même. On a ainsi la formule,

$$L_i = \frac{1}{2k+1} \sum_{j=i-k}^{i+k} C_i$$

   Calculer les valeurs du tableau L. Vous laisserez les k premières valeurs de L_i égales à celle de C_i et de même pour les k dernières.

   Vous pouvez en exécutant `plot(L)` voir l'effet de votre lissage. Vous pouvez vous amuser à le faire pour différentes valeurs de k.

4. (facultatif) Trouver un moyen d'améliorer le traitement des k premières et des k dernières valeurs pour que le lissage concernent également cette partie des valeurs.