

erreur

aucun

December 2019

Question 3 :

Le théorème de Gershgorin nous indique que : Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, alors les valeurs propres de A sont situées dans l'ensemble $\{ z \in \mathbb{C} \mid |z - a_{ii}| \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}| \}$

Pour la matrice A , il existe deux types de lignes :

La première ligne et la dernière ligne, où $a_{ii} = \frac{2}{h^2}$ et $\sum_{j \neq i} |a_{ij}| = \frac{1}{h^2}$ pour $i=1$

et $i=n$ Les autres lignes, où $a_{ii} = \frac{2}{h^2}$ et $\sum_{j \neq i} |a_{ij}| = \frac{2}{h^2} \forall 2 \leq i \leq n$

Donc on remplace dans le théorème et on obtient : $D(a_{ii}, R_i) = \{ z \in \mathbb{C} \mid |z - \frac{2}{h^2}| \leq \frac{1}{h^2} \}$ pour $i=1$ et $i=n$

$D(a_{ii}, R_i) = \{ z \in \mathbb{C} \mid |z - \frac{2}{h^2}| \leq \frac{2}{h^2} \} \forall 2 \leq i \leq n$

On a $D(a_{11}, R_1) = D(a_{nn}, R_n) \subset D(a_{ii}, R_i) \forall 2 \leq i \leq n$

Donc les valeurs propres de A sont dans le disque de centre $\frac{2}{h^2}$ et de rayon $\frac{2}{h^2}$, soit l'ensemble $[0, \frac{4}{h^2}]$.