

Définition des variables :

- $m$  = nombre d'enfants directs
- $N$  = nombre de descendant du nœud courant
- $n_i, 0 < i \leq m$  = nombre de descendants de l'enfant  $i$
- $P$  = profondeur du sous-arbre du nœud courant
- $p_i$  = profondeur du sous-arbre du nœud  $i$

Quelques relations :

$$\begin{aligned}
 m &< N \\
 N &= 1 + \sum_{i=1}^m n_i \\
 1 &\leq p_i < P \\
 \exists i, 0 < i < m \text{ tel que } p_i &= P - 1 \\
 P \leq N &\Rightarrow p_i \leq n_i
 \end{aligned}$$

Équation de récurrence :

$$T(N, P) = \sum_{i=1}^m T(n_i, p_i) + O(m \cdot P)$$

Le cas de base :

$$\begin{aligned}
 P = 1 &\Leftrightarrow m = 0 \Leftrightarrow N = 1 \\
 T(1, 1) &= O(1)
 \end{aligned}$$

Le cas où il y a juste une racine qui a  $N - 1$  enfants, qui eux n'ont aucun enfant :

$$\begin{aligned}
 m = N - 1 &\Leftrightarrow p_i = 1 \forall i \Leftrightarrow P = 2 \Leftrightarrow n_i = 1 \forall i \\
 T(N, P) = T(N, 2) &= m \cdot O(1) + O(mP) = O(N) + O(2N) = O(N)
 \end{aligned}$$

Le cas où chaque nœud a 1 et 1 seul enfant, sauf 1 qui n'en a pas, évidemment :

$$\begin{aligned}
 m = 1 &\Leftrightarrow P = N \Rightarrow \begin{cases} n_1 = N - 1 \\ p_1 = P - 1 = N - 1 \end{cases} \\
 T(N, P) = T(N, N) &= T(N - 1, P - 1) + O(1P) = T(N - 1, N - 1) + O(N) = O(N^2)
 \end{aligned}$$